

## 算法设计与分析 Homework 2

1. 对于规模为 $n$ 的输入，算法A至F所需要的计算次数如下表所示：

A	B	C	D	E	F
$n^2$	$n^3$	$100n^2$	$n \log n$	$2^n$	$2^{2^n}$

给定一台每秒能进行 $10^{10}$ 次计算的电脑，估计每种算法在1分钟内能解决的问题的最大规模。要求给出具体的求解过程。

2. 按照增长率对下列函数进行升序排列。也就是说，如果函数 $g(n)$ 在 $f(n)$ 后面，那么 $f(n) = O(g(n))$ 。要求给出具体的排序依据。

$g_1(n) = 2^{\sqrt{\log n}}$
$g_2(n) = 2^n$
$g_3(n) = n(\log n)^3$
$g_4(n) = n^{4/3}$
$g_5(n) = n^{\log n}$
$g_6(n) = 2^{2^n}$
$g_7(n) = 2^{n^2}$

3. 假设 $f(n) = O(g(n))$ 。判断下面每种说法的正确性。如果正确，给出证明。否则，给出反例。

①  $\log_2 f(n)$ 是 $O(\log_2 g(n))$

②  $2^{f(n)}$ 是 $O(2^{g(n)})$

③  $f(n)^2$ 是 $O(g(n)^2)$

4. 假设有 $n$ 个盒子，标号从1到 $n$ 。这些盒子外观完全一样，但是前 $i$ 个盒子里面装满了黄金，而剩余的 $n - i$ 个盒子空无一物。现在你有2个魔法权杖，通过任一权杖你都可以施展感知魔法从而断定一个盒子里是否装有黄金。不幸的是，如果你对一个空盒子施展了感知魔法，你使用的魔法权杖会立即消失。请你设计一个算法，在不知道 $i$ 值的情况下，最多使用 $O(n)$ 次魔法就能判断出所有装有黄金的盒子。分析你的算法的时间复杂度。